

АНАЛИЗ ВРЕМЕННОЙ СТРУКТУРЫ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК НА ОСНОВЕ ARCH(1) И GARCH(1, 1) МОДЕЛЕЙ

Вера Волчок*

Резюме

В данной статье представлен анализ временной структуры процентных ставок по государственным облигациям США с различным сроком действия, который не подтверждает теорию ожиданий в чистом виде. Показано, что для всех анализируемых сроков действия спрэд не обладает прогностической способностью. Однако при уменьшении числа наблюдений в выборке либо при анализе процентных ставок до одного года моделирование условной дисперсии с помощью ARCH(1) и GARCH(1, 1) процессов свидетельствует о способности наклона кривой доходности в определенной степени предсказывать динамику краткосрочных процентных ставок.

Классификация JEL: C22, G10

Ключевые слова: теория ожиданий, процентная ставка, спрэд, кривая доходности

1. ВВЕДЕНИЕ

Согласно теории ожиданий процентная ставка по долгосрочным облигациям должна равняться среднему арифметическому ожидаемых процентных ставок по краткосрочным облигациям за соответствующий период владения ими. Тем не менее эмпирические данные, представленные во многих публикациях, свидетельствуют о несостоятельности этой теории. В то же время было показано, что спрэд между долгосрочными и краткосрочными процентными ставками по государственным облигациям не является значимым для прогнозирования краткосрочных процентных ставок, что не согласуется с теорией ожиданий в ее классическом понимании.

Мэнкью и Саммерс, используя данные по США с января 1963 г. по апрель 1983 г., не подтвердили гипотезу о сверхчувствительности долгосрочных процентных ставок к краткосрочным процентным ставкам (Mankiw, Summers (1984)). Они показали, что теория ожиданий временной структуры процентной ставки может быть отвергнута как статистически, так и по существу.

Позднее Мэнкью и Мирон пересмотрели теорию ожиданий, тестируя ее для краткосрочных государственных облигаций сроком действия на три и

* Магистр экономики финансов, эксперт Исследовательского центра Института приватизации и менеджмента (ИЦ ИПМ), e-mail: volchok@ipm.by. Данная статья подготовлена на основе магистерской диссертации, выполненной в Огайском университете (г. Афины, США). Автор выражает особую признательность научным руководителям профессорам Уильяму Шамборе и Тони Капорале за ценные замечания и плодотворные дискуссии, а также директору ИЦ ИПМ Игорю Пелипасю за полезные комментарии.

шесть месяцев за период с 1890 по 1979 г. (Mankiw, Miron (1986)). Было обнаружено, что до создания Федерального резервного банка в 1913 г. спрэд между долгосрочными и краткосрочными процентными ставками обладал значительными прогностическими свойствами, что позволяло предсказывать динамику краткосрочных процентных ставок. Причем обнаруженная способность кривой доходности, хотя и в меньшей степени, сохранялась вплоть до 1933 г. В целом данные после 1915 г. дали противоположный результат и не подтвердили теорию ожиданий. Таким образом, Мэнкью и Мирон считают, что создание Федерального резервного банка сыграло определяющую роль в формировании процентных ставок, тем самым повлияв на практическую значимость теории ожиданий.

Результаты, полученные Кэмпбеллом и Шиллером, основываются на тестировании теории ожиданий для государственных облигаций сроком действия от одного месяца до десяти лет (Campbell, Shiller (1991)). Они обнаружили, что краткосрочные процентные ставки растут быстрее, чем долгосрочные процентные ставки, когда увеличивается спрэд между процентными ставками по долгосрочным и краткосрочным облигациям, что противоречит теории ожиданий. Мэнкью также сделал вывод о том, что с помощью кривой доходности можно предсказать динамику краткосрочных процентных ставок, что соответствует теории ожиданий, но не динамику долгосрочных процентных ставок, что ей противоречит (Mankiw (1986)).

Бекаерт, Годрик и Маршалл пересмотрели эконометрическую методологию, использовавшуюся во многих работах для проверки теории ожиданий (Beakaert, Hodrick, and Marshall (1997)). В результате оказалось, что тесты, построенные для регрессионных моделей (особенно для одного уравнения регрессии), обладают большими погрешностями, что связано с подсчетом коэффициентов автокорреляции. Единственным исключением, по их мнению, является корреляционная статистика VAR, использовавшаяся в работе Кэмпбелла и Шиллера (Campbell, Shiller (1991)). Тем не менее корректировка погрешностей использованных тестов для 524 наблюдений не подтверждает теорию ожиданий.

Несмотря на отрицательные результаты, представленные во многих публикациях, существует ряд исследований, подтверждающих теорию ожиданий. Например, Мишкин (Mishkin (1988)), дополнив данные, использованные в работе Фама (Fama (1984)), показал, что временная структура процентной ставки обладает прогностической способностью, которая позволяет предсказывать процентную ставку на несколько месяцев вперед. Результаты, полученные Дрифиллом, Псарадакисом и Сола (Driffill, Psaradakis, and Sola (1997)), а также Чоем и Уохаром (Choi, Wohar (1991)), согласуются с теорией ожиданий в слабой форме. По мнению Дриффила, Псарадакиса и Сола, некорректное построение моделей, в которых не предусмотрена поправка на случайную переменную, а также погрешности используемых тестов, основанных на методе наименьших квадратов, приводят к отрицательным результатам при тестировании теории ожиданий на основе фактических данных (Driffill, Psaradakis, and Sola (1997)). Чой и

Уохар в своем исследовании использовали недельные, месячные и квартальные данные относительно процентных ставок по государственным облигациям сроком действия на три и шесть месяцев (Choi, Wohar (1991)). Для недельных и месячных данных за некоторые периоды времени они подтвердили теорию ожиданий в слабой форме, хотя за те же периоды квартальные данные дали противоположный результат. Таким образом, на основании полученных результатов Чой и Уохар сделали вывод, что спрэд между долгосрочными и краткосрочными процентными ставками может быть использован только для прогнозирования динамики краткосрочных процентных ставок.

Несмотря на простоту и удобство в применении теории ожиданий, большинство исследований отвергли, или, точнее, ни одно из них не подтвердило ее в классическом виде. Еще в 1964 г. Малкиел писал, что временная структура процентной ставки находится не под влиянием ожиданий, а зависит от уровня спроса на конкретный вид государственных облигаций: «Мои теоретические и эмпирические исследования на микроэкономическом уровне заставляют меня думать, что подобная чувствительность может быть большей, чем считают многие сторонники теории ожиданий» (Malkiel (1964)).

В связи с противоречивостью результатов, представленных во многих публикациях, целью данной статьи является проверка обоснованности теории ожиданий с использованием статистических методов, позволяющих учитывать влияние условной дисперсии временных рядов. На начальном этапе использовалась простейшая регрессионная модель, рассчитанная методом наименьших квадратов (МНК), а затем для углубления анализа и получения более корректной спецификации модели – ARCH(1) и GARCH(1, 1) процессы. В заключение используемые данные тестировались с помощью теста Чоу, предназначенного для выявления структурных сдвигов и получения более точных результатов при проверке обоснованности применения теории ожиданий.

2. ТЕОРИЯ ОЖИДАНИЙ

Проверка правомерности теории ожиданий будет осуществлена с помощью простейшей модели, включающей два периода (Mankiw, Miron (1986)), которая имеет вид:

$$I_t = \theta + 0.5(i_t + E_t i_{t+1}), \quad (1)$$

где I_t – доходность по долгосрочным облигациям в период времени t ; i_t и i_{t+1} – доходности по краткосрочным облигациям в период времени t и $t + 1$ соответственно; E_t – ожидание в период времени t доходности по краткосрочным облигациям в период времени $t + 1$; θ – временная премия. В соответствии с предложенной моделью теорию ожиданий можно сформулировать следующим образом: текущая доходность, рассчитанная на два периода, должна рав-

няться среднему арифметическому доходности, рассчитанной на текущий период, и ожидаемой доходности плюс постоянная временная прибыль. Таким образом, доходность от приобретения государственных облигаций, предназначенных на два периода (два года), должна быть такой же, как и при применении стратегии последовательного инвестирования, когда друг за другом приобретают две государственные облигации, рассчитанные на один период (один год).

Равенство (1) также можно представить в виде:

$$(E_t i_{t+1} - i_t) = -2\theta + 2(I_t + i_t). \quad (2)$$

Полагая что:

$$i_{t+1} = E_t i_{t+1} + \varepsilon_{t+1}, \quad (3)$$

где ε_{t+1} – ошибка прогноза, мы можем переписать уравнение (2) следующим образом:

$$(i_{t+1} - i_t) = \alpha + \beta(I_t - i_t) + \varepsilon_{t+1}. \quad (4)$$

Параметры уравнения (4) имеют следующие значения: $(i_{t+1} - i_t)$ – ожидаемые изменения краткосрочных процентных ставок; $(I_t - i_t)$ отражает наклон кривой доходности; $\alpha = -2\theta$ и $\beta = 2$ исходя из данного нами определения теории ожиданий.

Проверка теории ожиданий заключается в установлении влияния рыночных ожиданий на наклон кривой доходности. Иными словами, мы тестируем, насколько точно рынок может предсказать движение краткосрочных процентных ставок, основываясь на прогностических свойствах, которыми обладает спрэд между долгосрочными и краткосрочными процентными ставками по государственным облигациям.

3. ДАННЫЕ И МЕТОДОЛОГИЯ

В статье используются месячные наблюдения по государственным облигациям США с постоянным сроком действия на три, шесть месяцев, один, два года, пять, десять и двадцать лет за период, начиная с января 1982 г. по февраль 2003 г. Расчеты осуществлялись с использованием базы данных Федерального резервного банка Сент-Луиса.

Для начала определим порядок интегрированности данных с помощью теста на единичный корень Дики-Фуллера (ADF). Оптимальная длина лага определялась при помощи информационного критерия Акаика:

$$\Delta Y_t = \alpha + \rho Y_{t-1} + \sum_{j=1}^p \lambda_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t, \quad (5)$$

где $\Delta Y_t = Y_t - Y_{t-1}$; α , ρ и λ_j – коэффициенты; ε_t – остаток.

Для проверки на единичный корень тестируются две гипотезы: $H_0: \rho = 0$ (есть единичный корень); $H_A: \rho \neq 0$ (единичного корня нет).

Как отмечалось ранее, имеющиеся на сегодняшний день публикации можно разделить главным образом на две группы – подтверждающую теорию ожиданий и доказывающую ее несостоятельность. Однако в последнее время появился ряд исследований, которые связывают получение противоречивых результатов с качеством используемых тестов. Так, Шамбора и Али придерживаются мнения, что проблема кроется в самих временных рядах (Shambora, Ali (2002)). А именно, они считают, что автокорреляция обуславливает низкие качественные характеристики применяемых статистических тестов. Некоторые исследователи говорят о том, что теорию ожиданий можно отвергнуть для временных рядов с большим количеством наблюдений, но она не отвергается при небольшом числе наблюдений (Christiansen (2002)), несмотря на инвариантность результатов по отношению к сроку действия государственных облигаций. Тем не менее результаты, полученные Кристиансен (Christiansen (2002)), нельзя рассматривать как достоверные по причине, описанной Шамборой и Али, что приводит к ненадежности используемых тестов.

В настоящей статье проверка теории ожиданий основывается на предпосылке, что в используемых временных рядах существует автокорреляция остатков первого порядка AR(1), которая может быть описана следующей формулой:

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \varepsilon_t; \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2). \quad (6)$$

В упомянутых ранее исследованиях использовались как разнообразные временные ряды, так и различная методология. Тем не менее в большинстве из них не учитывалась условная дисперсия данных. Таким образом, мы используем ARCH(1) и GARCH(1, 1) модели для выявления кластеризации колебаний процентной ставки по государственным облигациям.

В публикации Боллерслева, Чоу и Кронера можно найти обзор статей, в которых применялись модели ARCH и подобные ей модели к различным финансовым данным (Bollerslev, Chou, and Kroner (1992)). Еще в 1960-е гг. было обнаружено, что остатки регрессии, получаемые при анализе финансовых показателей, изменяются во времени, а не являются функцией независимой переменной. Было замечено, что за периодами с высокой колеблемостью и большими остатками регрессии следуют периоды с низкой колеблемостью и маленькими остатками. В 1982 г. Роберт Энгл разработал модель авторегрессионной условной гетероскедастичности (ARCH), которая предназначалась для описания закономерностей, возникающих в результате изменения условной дисперсии во времени, оставляя безусловную дисперсию постоянной.

Важность использования моделей ARCH при анализе временных рядов нельзя недооценивать. Уравнение регрессии, рассчитанное по методу наимень-

ших квадратов, в котором отсутствует автокорреляция, является несмещенным. Но ввиду того, что имеет место авторегрессионная условная гетероскедастичность, оно остается неэффективным. Простейшую модель ARCH первого порядка, которая используется в данной статье, можно представить следующим образом:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + \varepsilon_t; \varepsilon_t \sim N(0, \sigma_t^2); \quad (7)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2. \quad (8)$$

Второе уравнение представляет собой зависимость условной ошибки дисперсии от времени. Для проверки на статистическую значимость модели ARCH Энгел предложил использовать множитель Лагранжа (Engel (1982)).

Модель ARCH в общем виде называется моделью обобщенной авторегрессионной условной гетероскедастичности (GARCH); она была представлена Боллерслеваем (Bollerslev (1986)). Простейшее уравнение условной дисперсии для модели первого порядка GARCH(1, 1) выглядит следующим образом:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \lambda_1 \sigma_{t-1}^2. \quad (9)$$

Из уравнения (9) следует, что константа, переменные колеблемости предыдущего периода (ARCH) и дисперсии предыдущего периода (GARCH) объясняют дисперсию ошибки регрессии. Боллерслей, Чоу и Кронер показали, что в большинстве публикаций используются модели GARCH низшего порядка, такие как GARCH(1, 1), GARCH(1, 2) или GARCH(2, 1) (Bollerslev, Chou, and Kroner (1992)). В данной статье для анализа применяются модели первого порядка ARCH(1) и GARCH(1, 1).

Известно, что доходность по долгосрочным государственным облигациям зависит от таких факторов, как инфляция, фискальная и монетарная политика и рост производства. Как показано во многих работах, эти факторы, обеспечивая состояние неопределенности, могут уменьшить значимость применяемых тестов. Поэтому далее мы тестируем данные на наличие структурных сдвигов с применением теста Чоу.

Идея теста Чоу состоит в подборе уравнений для каждой подвыборки, чтобы посмотреть, есть ли значимые расхождения в построенных уравнениях. Существенная разница свидетельствует о структурных изменениях в имеющихся взаимосвязях. Тест основывается на сравнении суммы квадратов остатков, полученной путем построения единственного уравнения ко всей выборке, с суммой квадратов остатков, полученной в результате построения отдельных уравнений к каждой исследуемой подвыборке.

Для проверки значимости теста Чоу будем использовать F -статистику и отношение логарифмического правдоподобия (LR). F -статистика основывается на сравнении ограниченной и неограниченной суммы квадратов остатков и в простейшем случае включает один структурный сдвиг, который тестируется при выдвижении нулевой гипотезы об отсутствии структурных сдвигов. Так, F -статистика вычисляется следующим образом:

$$F_{k,T-2k} = \frac{(ESS_R - ESS_{UR})/k}{ESS_{UR}/(T-2k)}, \quad (10)$$

где ESS_R – ограниченная сумма квадратов остатков; ESS_{UR} – сумма квадратов остатков по подвыборке; T – число наблюдений; k – число параметров в уравнении.

Отношение логарифмического правдоподобия представляет собой максимум отношения функции логарифмического правдоподобия Гауса. LR-статистика имеет асимптотическое χ^2 -распределение со степенями свободы $(m - 1)/k$ в рамках нулевой гипотезы об отсутствии структурного разрыва, где m – число подвыборок.

4. РЕЗУЛЬТАТЫ

В табл. 1 представлены результаты теста на единичный корень. Практически для всех данных был выбран нулевой лаг. Для процентных ставок по государственным облигациям для всех рядов нулевая гипотеза не может быть отвергнута даже на уровне значимости в 10%, что говорит о присутствии случайного блуждания (random walk) данных и, соответственно, может привести к получению искаженных результатов при построении регрессионной модели методом наименьших квадратов. Чтобы разрешить эту проблему, в дальнейшем анализе используется спрэд между долгосрочными и краткосрочными процентными ставками и первые разности по краткосрочным государственным облигациям. Для краткосрочных ставок по всем срокам действия нулевая гипотеза отвергается. Стационарность сохраняется для наклона кривых доходности, построенных для процентных ставок по облигациям сроком действия на три и шесть месяцев, а также процентных ставок по облигациям сроком действия на шесть месяцев и один год. Аналогичные результаты были получены Дрифиллом, Псарадакисом и Сола для процентных ставок по государственным облигациям сроком действия на один и три месяца (Driffill, Psaradakis, and Sola (1997)) и Котланом для средних за месяц двухнедельных процентных ставок (Kotlan (1999)).

Как видно из табл. 1, для спреда между процентными ставками по государственным облигациям сроком действия на один и два года, пять и десять лет, десять и двадцать лет (за оба периода) мы не можем отвергнуть гипотезу

о наличии единичного корня. Таким образом, использование трансформированных данных о наклоне кривой доходности для анализа долгосрочных государственных облигаций является недостаточным для анализа. Первые разности этих данных являются стационарными переменными на 1% уровне значимости (см. табл. 2 и 3).

Таблица 1

Тест на единичный корень (ADF)

Государственные облигации ¹		I_t	i_t	$I_t - i_t$	$i_{t-1} - i_t$
GS3m – GS6m	Константа и тренд	-2.63	-2.44	-5.73*	-11.22*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
	Константа	-2.35	-2.11	-5.09*	-11.18*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
	Без константы и тренда	-3.10*	-2.83*	-3.84*	-10.99*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
GS6m – GS1	Константа и тренд	-2.08	-2.63	-4.18*	-11.25*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
	Константа	-1.57	-2.35	-3.84*	-11.22*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
	Без константы и тренда	-2.52**	-3.10*	-2.75*	-11.01*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
GS1 – GS2	Константа и тренд	-2.18	-2.08	-3.06	-10.56*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
	Константа	-1.50	-1.57	-2.70***	-10.54*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
	Без константы и тренда	-2.49**	-2.52**	-1.33	-10.37*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
GS5 – GS10	Константа и тренд	-2.71	-2.53	-1.65	-10.13*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
	Константа	-1.90	-1.72	-1.62	-10.12*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
	Без константы и тренда	-2.52**	-2.49**	-0.39	-10.00*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(0)
GS10 – GS20 ² 1982:01 – 1986:12	Константа и тренд	-1.07	-1.15	-2.25	-3.46***
	(лаг)	(0)	(0)	(1)	(3)
	Константа	-0.13	-0.22	-2.05	-3.48**
	(лаг)	(0)	(0)	(1)	(3)
	Без константы и тренда	-2.00**	-1.98**	-1.51	-3.18*
	(лаг)	(0)	(0)	(1)	(3)
GS10 – GS20 1993:10 – 2003:02	Константа и тренд	-2.95	-2.70	-2.25	-4.62*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(3)
	Константа	-0.73	-0.57	-1.23	-4.44*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(3)
	Без константы и тренда	-0.65	-0.67	-0.21	-4.44*
	(лаг)	(0)	(0)	(0)	(3)

Примечание. * – коэффициент значим на 1% уровне, ** – на 5% уровне, *** – на 10% уровне.

¹ GS – государственные облигации; GS3m – государственные облигации сроком действия на три месяца; GS6m – государственные облигации сроком действия на шесть месяцев; GS1 – государственные облигации сроком действия на один год; GS2 – государственные облигации сроком действия на два года; GS5 – государственные облигации сроком действия на пять лет; GS10 – государственные облигации сроком действия на десять лет; GS20 – государственные облигации сроком действия на двадцать лет.

² Выборка для государственных облигаций сроком действия на двадцать лет имеет разрыв между декабрем 1986 г. и октябрём 1993 г. в связи с прекращением выпуска данных облигаций и возобновлением их регистрации только в 1993 г.

Таблица 2

Тест на единичный корень для первых разностей наклона кривой доходности

Государственные облигации	AGS1 – GS2			AGS5 – GS10		
	Константа и тренд (лаг)	Константа (лаг)	Без константы и тренда (лаг)	Константа и тренд (лаг)	Константа (лаг)	Без константы и тренда (лаг)
$I_t - i_t$	-11.90* (0)	-11.91* (0)	-11.93* (0)	-8.46* (2)	-8.47* (2)	-8.45* (2)

Примечание. * – коэффициент значим на 1% уровне, ** – на 5% уровне, *** – на 10% уровне.

Таблица 3

Тест на единичный корень для первых разностей наклона кривой доходности

Государственные облигации	AGS10 – GS20					
	1982:01 – 1986:12			1993:10 – 2003:02		
	Константа и тренд (лаг)	Константа (лаг)	Без константы и тренда (лаг)	Константа и тренд (лаг)	Константа (лаг)	Без константы и тренда (лаг)
$I_t - i_t$	-6.83* (0)	-6.90* (0)	-6.95* (0)	-8.24* (0)	-5.23* (2)	-5.24* (2)

Примечание. * – коэффициент значим на 1% уровне, ** – на 5% уровне, *** – на 10% уровне.

Получив стационарные данные, необходимо осуществить поправку на автокорреляцию. Для этого была выбрана модель AR(1). Результаты представлены в табл. 4, из которой видно, что коэффициент AR(1) является статистически значимым на 1% уровне для всех коэффициентов доходности по государственным облигациям, подтверждая предположение о том, что доходности по краткосрочным облигациям следуют процессу AR(1).

Таблица 4

Проверка теории ожиданий с помощью МНК-модели

Государственные облигации	GS3m – GS6m	GS6m – GS1	GS1 – GS2	GS5 – GS10	GS10 – GS20	
					1982:01 – 1986:12	1993:10 – 2003:02
Константа	-0.032 (-0.779)	-0.105* (-2.480)	-0.049*** (-1.492)	-0.044*** (-1.336)	-0.109 (-1.138)	-0.021 (-0.575)
$I_t - i_t$	-0.101 (-0.831)	0.217** (1.648)	0.271 (1.256)	0.177 (0.641)	1.105** (2.098)	0.712** (1.907)
AR(1)	0.365* (6.438)	0.354* (6.033)	0.413* (7.200)	0.433* (7.028)	0.493* (4.168)	0.403* (3.744)
Скорректированный R^2	0.142	0.127	0.164	0.170	0.213	0.093
Статистика Дарбина-Уотсона	1.709	1.889	1.964	1.867	1.713	1.979
Стандартная ошибка	0.302	0.309	0.304	0.294	0.369	0.223

Примечание. * – коэффициент значим на 1% уровне, ** – на 5% уровне, *** – на 10% уровне. В скобках дана t -статистика.

В табл. 4 представлены результаты регрессионной модели по методу наименьших квадратов для государственных облигаций по всем анализируемым

срокам действия. Как видно из первого столбца табл. 4, коэффициенты спреда по государственным облигациям на три и шесть месяцев незначительно отличаются от нуля. Более того, они отрицательные и существенно расходятся с теоретической величиной, которая равна двум. Стандартизированная оценка R^2 , равная 0.142, говорит о том, что спред не обладает прогностической способностью, а следовательно, наклон кривой доходности не отражает динамику краткосрочных процентных ставок, что не подтверждает теорию ожиданий.

Мы расширили анализ для проверки теории ожиданий на государственных облигациях с более продолжительным сроком действия, результаты которого тоже представлены в табл. 4. Для доходности по государственным облигациям сроком действия на один и два года, а также на пять и десять лет мы получили результаты, аналогичные представленным ранее для доходности по государственным облигациям сроком действия на три и шесть месяцев. Коэффициенты для спреда являются статистически незначимыми и, будучи положительными, отличаются от 2. Стандартизированная статистика R^2 также низкая. Таким образом, наклон кривой доходности для тестируемых сроков действия не обладает прогностическими свойствами.

Для доходности по облигациям сроком действия на шесть месяцев и один год, а также на десять и двадцать лет для обоих периодов (с января 1982 г. по декабрь 1986 г. и с октября 1993 г. по февраль 2003 г.) мы получили иные результаты. Коэффициенты при спреде – положительные и значительно отличаются от нуля, хотя и далеки от 2. Самый большой коэффициент при спреде мы получили для государственных облигаций сроком действия на десять и двадцать лет за период с января 1982 г. по декабрь 1986 г., который оказался практически в пять раз больше, чем для государственных облигаций на более короткий срок. Второй по значимости коэффициент получился для доходности по аналогичным государственным облигациям, но за период с октября 1993 г. по февраль 2003 г., что может свидетельствовать о том, что теория ожиданий скорее будет подтверждаться при тестировании выборки меньшего размера, чем большего. Стандартизированная статистика R^2 является относительно небольшой и только для периода с января 1982 г. по декабрь 1986 г. возрастает до 0.213. Хотя мы и не можем подтвердить правомерность теории ожиданий, очевидно, что наклон кривой доходности обладает некоторой способностью прогнозировать движение процентной ставки для краткосрочных государственных облигаций. Кроме того, чем меньше выборка и длиннее срок погашения, тем выше прогностическая способность спреда.

Дальнейший анализ основывается на выявлении временной зависимости условной дисперсии ошибки (ARCH) в связи с гетероскедастичностью данных. В качестве критерия оценки используется множитель Лагранжа (LM), который для ARCH-модели первого порядка равен NR^2 , где N – размер выборки, а R^2 – коэффициент детерминации для вычисляемого уравнения. Данная статистика имеет χ^2 -распределение с одной степенью свободы. Результаты перепроверки теории ожиданий с помощью ARCH(1) модели представлены в табл. 5. На основании LM-теста для модели ARCH(1) можно отвергнуть

нулевую гипотезу об отсутствии гетероскедастичности первого порядка на 1% уровне значимости для доходности по всем государственным облигациям.

Все коэффициенты для спреда получились положительные, включая коэффициенты для доходности по государственным облигациям на три и шесть месяцев. Коэффициент для доходности по государственным облигациям со сроком действия на пять и десять лет незначительно отличается от нуля, тогда как для остальных сроков действия коэффициенты хоть и значительно отличаются от нуля, но остаются незначимыми по отношению к 2. Самый большой коэффициент для спреда по государственным облигациям с различным сроком действия остается только для государственных облигаций на десять и двадцать лет за период с января 1982 г. по декабрь 1986 г.

Как видно из табл. 5, наклон кривой доходности даже при моделировании условной дисперсии обладает некоторой, но тем не менее незначительной, информацией о движении краткосрочных процентных ставок. ARCH-модели более высокого порядка показали сохранение полученного эффекта.

Таблица 5

Проверка теории ожиданий с помощью модели ARCH(1)

Государственные облигации	GS3m – GS6m	GS6m – GS1	GS1 – GS2	GS5 – GS10	GS10 – GS20	
					1982:01 – 1986:12	1993:10 – 2003:02
	ARCH(1) ^a	ARCH(1) ^b	ARCH(1) ^c	ARCH(1) ^d	ARCH(1) ^e	ARCH(1) ^f
Условная средняя						
Константа	-0.065** (-2.272)	-0.093* (-3.499)	-0.022 (-0.987)	-0.035 (-1.022)	-0.121*** (-1.493)	-0.021 (-0.567)
$I_t - i_t$	0.230* (3.064)	0.394* (4.566)	0.395** (2.064)	0.261 (0.922)	1.263** (2.298)	1.007* (2.906)
AR(1)	0.301* (8.461)	0.223* (7.429)	0.212* (4.767)	0.425* (6.819)	0.436* (5.080)	0.432* (4.092)
R^2	0.106	0.090	0.122	0.176	0.235	0.104
N	252	252	251	251	58	110
LM	26.712	22.68	30.622	44.176	13.63	11.44
Стандартная ошибка	0.310	0.318	0.314	0.295	0.377	0.226

Примечания.

1) * – коэффициент значим на 1% уровне, ** – на 5% уровне, *** – на 10% уровне. В скобках дана t -статистика.

2) Уравнения зависимости условной ошибки дисперсии от времени следующие:

$$\begin{aligned}
 &^a \sigma_t^2 = 0.033 + 0.566(e_{t-1}^2); & ^b \sigma_t^2 = 0.036 + 0.641(e_{t-1}^2); & ^c \sigma_t^2 = 0.050 + 0.512(e_{t-1}^2); \\
 &(10.416)* (5.291)* & (9.832)* (4.868)* & (9.185)* (3.939)* \\
 &^d \sigma_t^2 = 0.077 + 0.093(e_{t-1}^2); & ^e \sigma_t^2 = 0.148 - 0.151(e_{t-1}^2); & ^f \sigma_t^2 = 0.038 + 0.223(e_{t-1}^2). \\
 &(9.206)* (1.170) & (5.208)* (-4.392)* & (3.900)* (0.971)
 \end{aligned}$$

Далее протестируем наши данные на соответствие теории ожиданий, применяя GARCH(1,1) модель, которая обладает прогнозной лаговой дисперсией в уравнении условной дисперсии. Полученные результаты представлены в табл. 6. Оба параметра, как ARCH, так и GARCH, являются значимыми на 5% уровне или ниже. LM -тест для модели GARCH(1, 1) оказался значимым на 1% уровне.

Таблица 6

Проверка теории ожиданий с применением модели GARCH(1, 1)

Государственные облигации	GS3m – GS6m		GS6m – GS1		GS1 – GS2		GS5 – GS10		GS10 – GS20	
	1982:01 – 1986:12		1982:01 – 1986:12		1982:01 – 1986:12		1982:01 – 1986:12		1993:10 – 2003:02	
	GARCH(1) ^a	GARCH(1) ^b	GARCH(1) ^c	GARCH(1) ^d	GARCH(1) ^e	GARCH(1) ^f	GARCH(1) ^g	GARCH(1) ^h	GARCH(1) ⁱ	GARCH(1) ^j
Условная средняя										
Константа	-0.076*	-0.083*	-0.029	-0.039***	-0.132**	-0.034	-0.132**	-0.139	-0.132**	-0.034
	(-2.464)	(-3.178)	(-1.122)	(-1.339)	(-2.139)	(-1.024)	(-2.139)	(-1.339)	(-2.139)	(-1.024)
$I_t - i_t$	0.303*	0.278*	0.139	0.195	1.334*	0.526	1.334*	0.195	1.334*	0.526
	(2.525)	(3.085)	(0.726)	(0.753)	(2.811)	(1.250)	(2.811)	(0.753)	(2.811)	(1.250)
AR(1)	0.399*	0.387*	0.423*	0.439*	0.490*	0.368*	0.490*	0.439*	0.490*	0.368*
	(7.205)	(6.847)	(8.038)	(7.332)	(6.298)	(3.966)	(6.298)	(7.332)	(6.298)	(3.966)
R^2	0.105	0.128	0.168	0.177	0.237	0.106	0.237	0.177	0.237	0.106
N	252	252	251	251	58	110	58	251	58	110
LM	26.46	32.256	42.168	44.427	13.746	11.66	13.746	44.427	13.746	11.66
Стандартная ошибка	0.311	0.312	0.307	0.296	0.380	0.227	0.380	0.296	0.380	0.227

Примечания.

1) * – коэффициент значим на 1% уровне, ** – на 5% уровне, *** – на 10% уровне. В скобках дана t -статистика.

2) Уравнения условной дисперсии для модели первого порядка GARCH(1, 1):

$$^a \sigma_t^2 = 0.006 + 0.200\varepsilon_{t-1}^2 + 0.680\sigma_{t-1}^2; \quad ^b \sigma_t^2 = 0.004 + 0.183\varepsilon_{t-1}^2 + 0.741\sigma_{t-1}^2; \quad ^c \sigma_t^2 = 0.007 + 0.170\varepsilon_{t-1}^2 + 0.726\sigma_{t-1}^2;$$

$$(3.362)^* (4.501)^* (14.720)^*; \quad (2.344)^* (3.905)^* (15.970)^*; \quad (2.176)^* (3.095)^* (12.114)^*$$

$$^d \sigma_t^2 = 0.002 - 0.041\varepsilon_{t-1}^2 + 1.010\sigma_{t-1}^2; \quad ^e \sigma_t^2 = 0.015 - 0.151\varepsilon_{t-1}^2 + 1.025\sigma_{t-1}^2; \quad ^f \sigma_t^2 = 0.007 - 0.181\varepsilon_{t-1}^2 + 1.033\sigma_{t-1}^2.$$

$$(7.198)^* (-2.010)^{**} (50.682)^*; \quad (11.686)^* (-3.951)^* (15.459)^*; \quad (4.819)^* (-4.668)^* (30.781)^*$$

Из табл. 6 также видно, что коэффициенты при спреде для государственных облигаций сроком действия на один и два года, а также на пять и десять лет, и для доходности государственных облигаций сроком действия на десять и двадцать лет за исследуемый период с октября 1993 г. по февраль 2003 г. являются положительными и незначительно отличаются от нуля. Коэффициенты при спреде для государственных облигаций по другим срокам действия получились положительными и статистически значимыми на 1% уровне, как и при моделировании процесса ARCH(1). Отсюда напрашивается вывод о некоторой способности кривой доходности прогнозировать краткосрочные процентные ставки по государственным облигациям сроком действия до одного года. Вновь самый высокий коэффициент мы получили при разности в доходности по государственным облигациям сроком действия на десять и двадцать лет за период с января 1982 г. по декабрь 1986 г., однако он все равно сильно отличается от теоретического значения, равного 2.

Результаты исследования показали, что, вопреки теории ожиданий, наклон кривой доходности не обладает достаточной информацией, которая могла бы лечь в основу построения прогнозов о движении краткосрочных процентных ставок для государственных облигаций по всем рассматриваемым срокам действия.¹ Таким образом, спред между краткосрочными и долгосрочными процентными ставками обладает низкой прогностической способностью.

¹ В данной статье государственные облигации по другим срокам действия не рассматривались в связи со сложностью сопоставления краткосрочных процентных ставок с долгосрочными за неимением соответствующих данных.

На рис. 1 представлены графики условных стандартных отклонений.

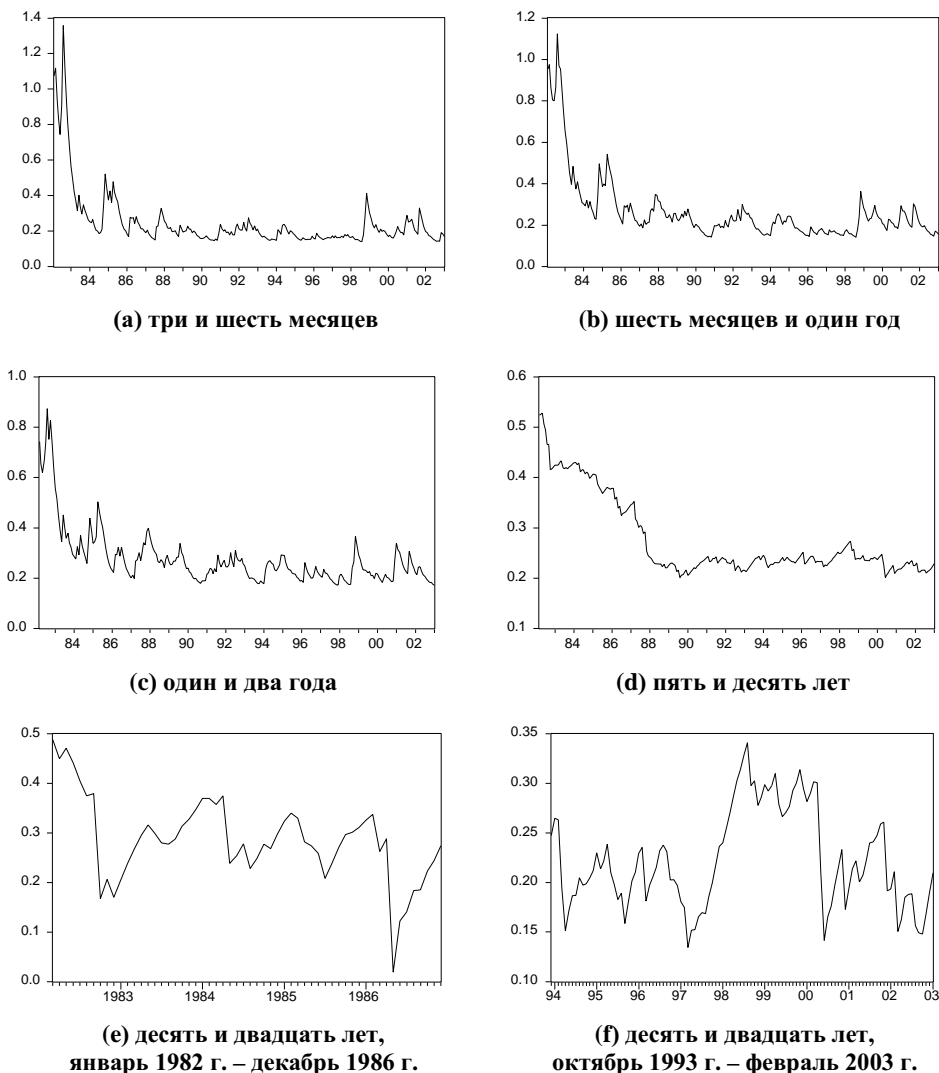


Рис. 1. Условное стандартное отклонение краткосрочной процентной ставки для государственных облигаций с различным сроком действия

В подсчитанной нами модели GARCH(1, 1) для государственных облигаций по всем срокам действия свойство постоянности показателей является значимым. Сумма α_1 и λ_1 незначительно отличается от 0 и близка к 1.

Несмотря на то что использование моделей ARCH(1) и GARCH(1, 1) не улучшило результаты значительно, мы не можем пренебрегать значимостью построе-

ния подобных моделей для анализа финансовых показателей по сравнению с регрессионными моделями. В нашем случае при моделировании авторегрессионной гетероскедастичности коэффициенты при переменных получились в целом выше, хотя и недостаточно для того чтобы доказать правомерность теории ожиданий.

Следующим шагом нашего анализа является проверка на наличие структурных разрывов в тестируемых данных с помощью теста Чоу. Потенциальной точкой разрыва мы выбрали октябрь 1982 г., когда Федеральный резервный банк изменил принципы монетарной политики. В своей статье Мишкин использует именно эту дату, основываясь на ранее проведенных исследованиях, в которых были обнаружены сдвиги (изменения) процентных ставок (Mishkin (1988)). Результаты представлены в табл. 7.

Таблица 7

Тест на наличие структурных разрывов: тест Чоу

Период	GS6m – GS3m		GS1 – GS6m		GS2 – GS1		GS10 – GS5		GS20 – GS10	
	<i>F</i> -stat.	LLR	<i>F</i> -stat.	LLR	<i>F</i> -stat.	LLR	<i>F</i> -stat.	LLR	<i>F</i> -stat.	LLR
Май 1982 г.	11.771	33.804	8.383	24.530						
Июнь 1982 г.	13.610	38.696	12.250	35.085	5.592	16.625	3.178	9.581	1.823	5.801
Июль 1982 г.	23.664	63.893	18.943	52.375	11.063	31.887	4.446	13.306	2.158	6.804
Август 1982 г.	72.106	158.992	26.416	70.373	8.238	24.123	3.096	9.338	0.956	3.113
Сентябрь 1982 г.	29.785	78.083	20.692	56.705	7.593	22.315	2.320	7.030	0.367	1.214
Октябрь 1982 г.	17.601	49.001	23.636	63.826	14.773	41.733	5.060	15.090	1.210	3.914
Ноябрь 1982 г.	13.344	37.996	18.997	52.510	8.295	24.280	3.908	11.734	1.217	3.937
Декабрь 1982 г.	13.308	37.900	17.170	47.910	7.660	22.503	2.846	8.599	0.430	1.421
Январь 1983 г.	12.811	36.582	16.696	46.701	7.355	21.645	1.772	5.388	0.453	1.498
Февраль 1983 г.	12.193	34.935	14.219	40.296	5.692	16.911	1.238	3.777	0.494	1.629
Март 1983 г.	11.423	32.866	11.715	33.652	4.043	12.130	1.495	4.552	0.615	2.024
Апрель 1983 г.	11.688	33.580	11.383	32.758	3.730	11.210	1.211	3.694	0.556	1.833

Примечание. *F*-stat. – *F*-статистика; LLR – отношение логарифмического правдоподобия.

Для рядов данных со спрэдом между государственными облигациями сроком действия на один и два года, а также на пять и десять лет подтвердилась гипотеза о наличии структурного разрыва в октябре 1982 г. Однако для краткосрочных бумаг сроком действия на три и шесть месяцев, шесть месяцев и один год структурный разрыв оказался в августе 1982 г. Только для ряда на десять и двадцать лет не было обнаружено структурного разрыва (все *F*-статистики оказались незначимыми).

Мы пересчитали построенные ранее модели для соответствующих подвыборок, полученных в результате применения теста Чоу (до и после августа и октября 1982 г.).² Тем не менее полученные результаты не позволяют нам подтвердить теорию ожиданий в чистом виде.

² Модель (4) отражает ситуацию, при которой мы предполагаем отсутствие структурного сдвига. Для моделирования структурного сдвига мы преобразовали эту модель следующим образом: $(i_{t+1} - i_t) = \alpha + \beta(I_t - i_t) + \gamma D_t + \varepsilon_{t+1}$, где D_t – фиктивная переменная, которая принимает значение 0 до структурного сдвига и 1 после него. Результаты, полученные для новой модели, не подтвердили способность наклона кривой доходности прогнозировать динамику краткосрочных процентных ставок, хотя значения коэффициентов оказались выше.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной статье представлена переоценка теории ожиданий. В подтверждение результатов ранее проведенных исследований мы не смогли обнаружить способность рынка прогнозировать краткосрочные процентные ставки, используя разницу в доходности по краткосрочным и долгосрочным процентным ставкам. Анализ имеющихся данных не выявил значимой прогностической способности, которой в соответствии с теорией ожиданий должна обладать кривая доходности, ни при построении регрессионной модели методом наименьших квадратов, ни при использовании моделей ARCH(1) или GARCH(1, 1). Результаты, полученные в ходе исследования, существенно не изменяются в зависимости от выбора срока погашения государственных облигаций либо от разбивки исследуемых рядов на подвыборки при помощи теста Чоу. Тем не менее была выявлена следующая закономерность: чем меньше число наблюдений, тем вероятнее выявление прогностических свойств, которыми обладает кривая доходности согласно теории ожиданий.

Остается все еще много возможностей для исследований теории ожиданий, а также для доказательства противоположных гипотез. Как отметил Грегори Мэнкью (Mankiw (1986)), «легче показать, что теория ожиданий временной структуры процентной ставки не верна, чем объяснить почему».

ЛИТЕРАТУРА

Bekaert, G., Hodrick, R.L., and Marshall, D.A. (1997) On Biases in Test of the Expectations Hypothesis of the Term Structure of Interest Rates, *Journal of Financial Economics*, 44, 309–348.

Bollerslev, T., Chou, R.Y., and Kenneth, F.K. (1992) ARCH Modeling in Finance: A Review of the Theory and Empirical Evidence, *Journal of Econometrics*, 52, 1/2, 5–59.

Bollerslev, T. (1986) Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity, *Journal of Econometrics*, 31, 3, 307–327.

Campbell, J.Y., Shiller, R.J. (1991) Yield Spreads and Interest Rate Movements: A Bird's Eye View, *Review of Economic Studies*, 58, 494–514.

Choi, S., Wohar, M.E. (1991) New Evidence Concerning the Expectations Theory for the Short End of the Maturity Spectrum, *Journal of Financial Research*, 14, 1, 83–92.

Christiansen, C. (2003) Testing the Expectation Hypothesis Using Long-Maturity Forward Rates, *Economics letters*, 78, 175–180.

Driffill, J., Psaradakis, Z., and Sola, M. (1997) A Reconciliation of Some Paradoxical Empirical Results on the Expectation Model of the Term Structure, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 59, 1, 29–42.

Engle, R.T. (1982) Autoregressive Conditional Heteroskedasticity With Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, 50, 4, 987–1007.

Gregory, A.W., Hansen, B.E. (1996) Residual-Based Tests for Cointegration in Models With Regime Shifts, *Journal of Econometrics*, 70, 99–126.

Kotlan, V. (1999) The Term Structure of Interest Rate and Future Inflation, *Eastern European Economics*, 37, 5, 36–51.

Mankiel, B.G. (1964) The Term Structure of Interest Rates, *American Economic Review*, 54, 3, 532–543.

Mankiw, N.G. (1986) The Term Structure of Interest Rates Revisited, *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, 61–96.

Mankiw, N.G., Miron, J.A. (1986) The Changing Behavior of the Term Structure of Interest Rates, *Quarterly Journal of Economics*, 101, 2, 211–228.

Mankiw, N.G., Summers, L.H. (1984) Do Long-Term Interest Rates Overreact to Short-Term Interest Rates? *Brookings Papers on Economic Activity*, 1, 223–242.

Mishkin, F.S. (1988) The Information in the Term Structure: Some Further Results, *Journal of Applied Econometrics*, 3, 307–314.

Shambora, W.E., Ali, M.M. (2002) Explaining Anomalous Inferences Regarding the Expectation Theory, *Ohio University and University of Kentucky Working Paper*.